第4回　今日の目標

§１．６　論理演算と論理回路

- ブール代数の形式が使える
- 命題と論理関数の関係を示せる
- 論理関係を論理式、真理値表、ベン図で示せる
- ド･モルガンの定理を真理値表で示せる
- ２つの命題を使った論理式を全て示せる
- 論理素子と論理回路の仕組みを理解する
- 回路記号を使って論理式を表現できる
- 加算器の原理を理解する

論理演算

ブール代数（Boolean algebra）

命題（proposition）：真偽が明確な事柄

例：　A:母親は女である　⇒　真（true）なる命題　　$A = 1$

　　　B:母親は男である　⇒　偽（false）なる命題　　$B = 0$

命題変数
（論理変数）

命題のとる値
（真理値）

論理変数；$A_1, A_2, \cdots, A_n$

論理記号（－、＋、・、∩、∪、）

新しい命題（論理式）　；$F(A_1, A_2, \cdots, A_n)$

論理関数

命題	論理関数	
A,B	X=F(A,B)	
Aではない	$\overline{A}$	否定（NOT）
AかつB	A･B	論理積（AND）
AまたはB	A+B	論理和（OR）

論理関係

論理式

$X=\overline{A}$

X=A･B

X=A+B

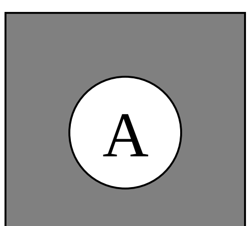
真理値表

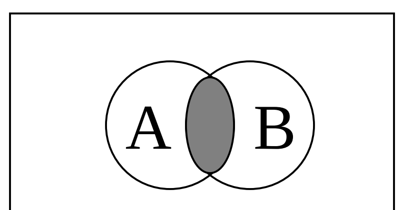
A	X
0	1
1	0

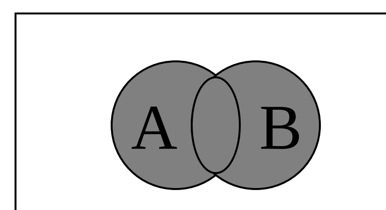
A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ベン図
Venn diagram







論理演算の基本公式

表 4.1　論理演算の基本公式

	(a)	(b)	
1	$A+0=A$	$A\cdot 1=A$	
2	$A+1=1$	$A\cdot 0=0$	
3	$A+A=A$	$A\cdot A=A$	ベキ等律
4	$A+\bar{A}=1$	$A\cdot\bar{A}=0$	排中律，矛盾律
5	$\bar{\bar{A}}=A$	自己双対	2 重否定
6	$A+B=B+A$	$A\cdot B=B\cdot A$	交換律
7	$(A+B)+C=A+(B+C)$	$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$	結合律
8	$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$	分配律
9	$A+A\cdot B=A$	$A\cdot(A+B)=A$	吸収律
10	$A+\bar{A}\cdot B=A+B$	$A\cdot(\bar{A}+B)=A\cdot B$	
11	$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$	$\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$	ド・モルガンの定理
12	$A\cdot B+A\cdot\bar{B}=A$	$(A+B)\cdot(A+\bar{B})=A$	
13	$A\cdot B+B\cdot C+C\cdot\bar{A}$ $=A\cdot B+C\cdot\bar{A}$	$(A+B)\cdot(B+C)\cdot(C+\bar{A})$ $=(A+B)\cdot(C+\bar{A})$	
14	$(A+B)\cdot(\bar{A}+C)=\bar{A}B+AC$	自己双対	
15	$\overline{A\cdot C+B\cdot\bar{C}}=\bar{A}\cdot C+\bar{B}\cdot\bar{C}$	$\overline{(A+C)\cdot(B+\bar{C})}=(\bar{A}+C)\cdot(\bar{B}+\bar{C})$	

(a)と(b)は双対（演算で＋と･、0と1入れ替えた論理演算式の組）

ド・モルガンの定理

$$\overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}$$

$$\overline{A\cdot B} = \overline{A}+\overline{B}$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A+B$	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$A\cdot B$	$\overline{A\cdot B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

論理関数

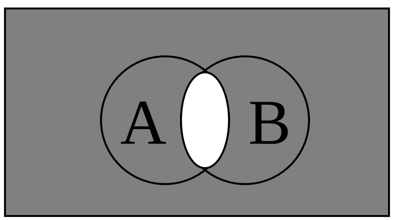
A	0	1	論理式
F_0	0	0	0
F_1	0	1	A
F_2	1	0	$\overline{A}$
F_3	1	1	1

A B	0 0	0 1	1 0	1 1	論理式	
F_0	0	0	0	0	0	
F_1	0	0	0	1	$A \cdot B$	AND
F_2	0	0	1	0	$A \cdot \overline{B}$	
F_3	0	0	1	1	A	
F_4	0	1	0	0	$\overline{A} \cdot B$	
F_5	0	1	0	1	B	
F_6	0	1	1	0	$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$	XOR
F_7	0	1	1	1	$A+B$	OR
F_8	1	0	0	0	$\overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A+B}$	NOR
F_9	1	0	0	1	$\overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$	EQV
F_{10}	1	0	1	0	$\overline{B}$	NOT B
F_{11}	1	0	1	1	$A+\overline{B}$	B IMP A
F_{12}	1	1	0	0	$\overline{A}$	NOT A
F_{13}	1	1	0	1	$\overline{A}+B$	A IMP B
F_{14}	1	1	1	0	$\overline{A}+\overline{B} = \overline{A \cdot B}$	NAND
F_{15}	1	1	1	1	1	

Not AND
Not OR
eXclusive OR
EQuiValence
IMPlication

$$X=\overline{A \cdot B}$$

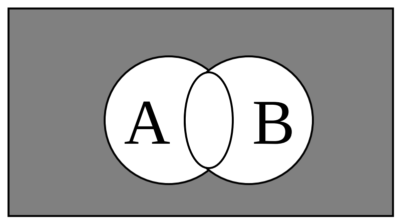
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



NAND
(否定積)

$$X=\overline{A+B}$$

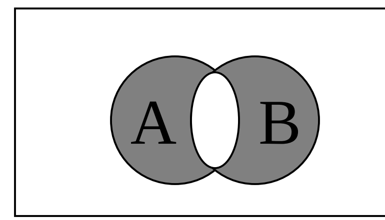
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



NOR
否定和

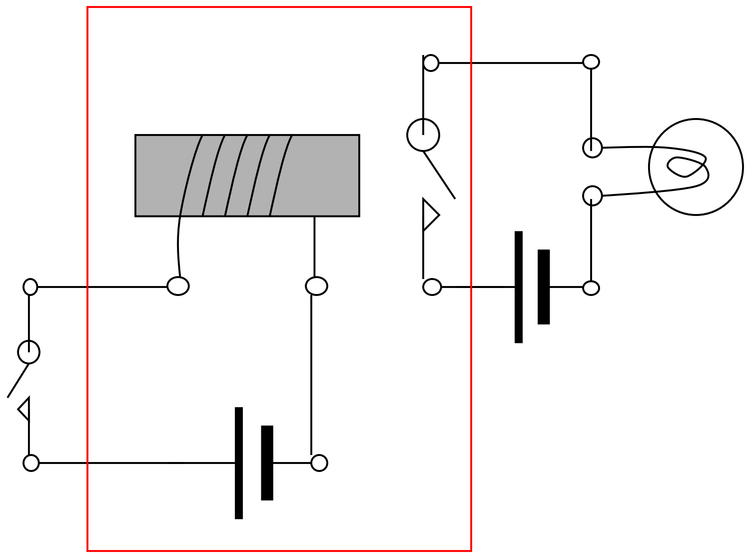
$$X=\overline{A} \cdot B+A \cdot \overline{B}$$

A	B	$\overline{A} \cdot B$	$A \cdot \overline{B}$	X
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

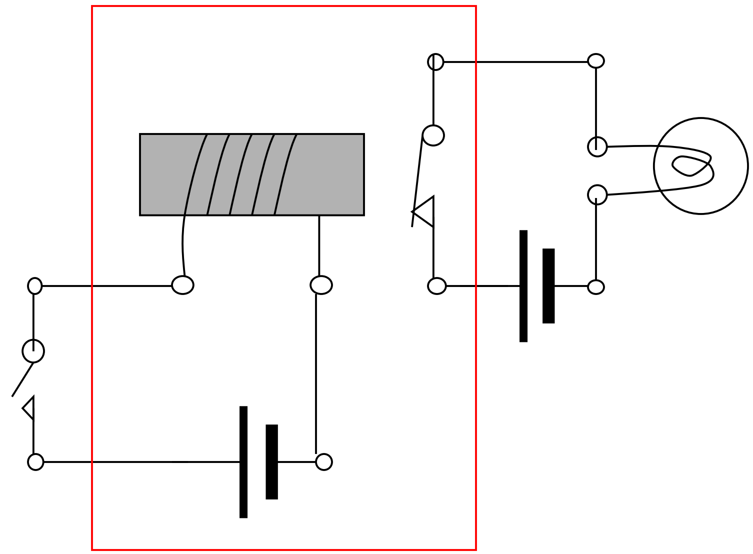


XOR
排他的論理和

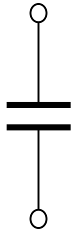
論理素子

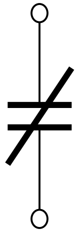


メイク接点リレー

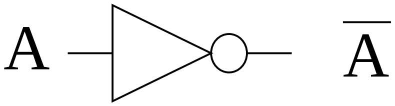


ブレーク接点リレー

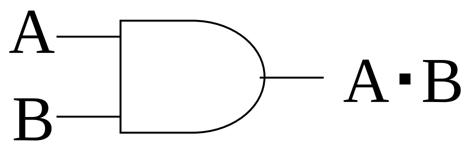




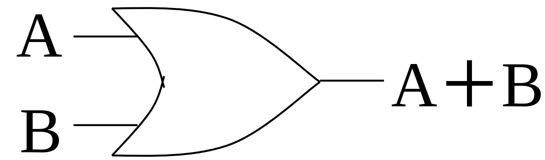
論理回路



NOT

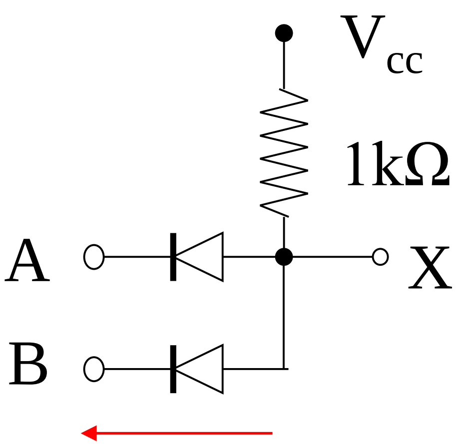


AND



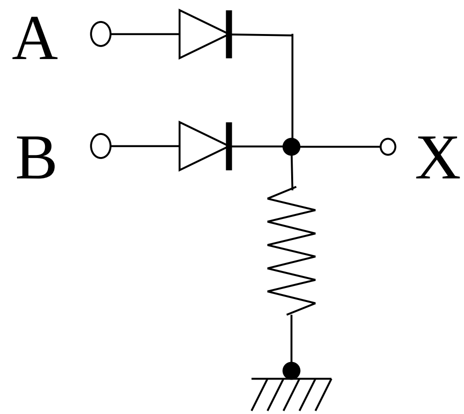
OR

ダイオードを用いた論理回路



順方向
1Ω

A	B	X
0	0	0
0	V_{cc}	0
V_{cc}	0	0
V_{cc}	V_{cc}	V_{cc}

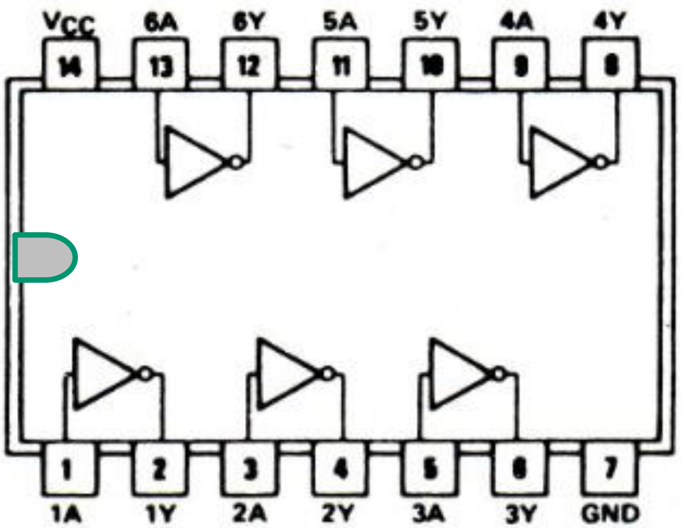


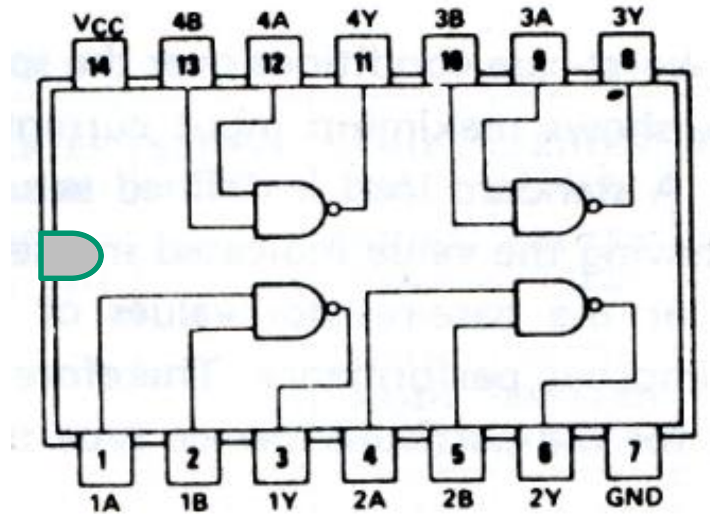
A	B	X
0	0	0
0	V_{cc}	V_{cc}
V_{cc}	0	V_{cc}
V_{cc}	V_{cc}	V_{cc}

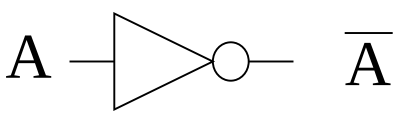
論理回路のIC（Integrated Circuit）

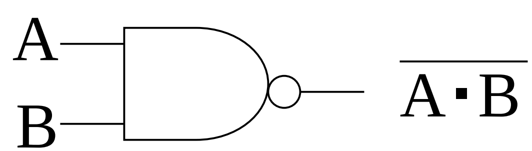
トランジスタ、FET、ダイオード、電気抵抗、コンデンサーの回路

参考







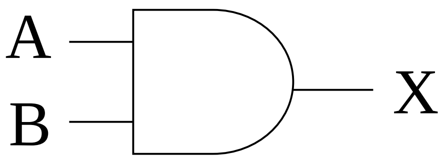


インバーター
（NOT回路）

NAND回路

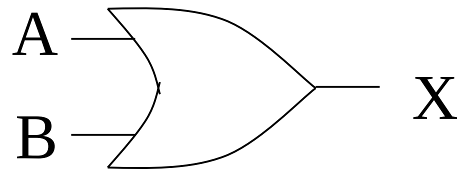
回路記号

AND



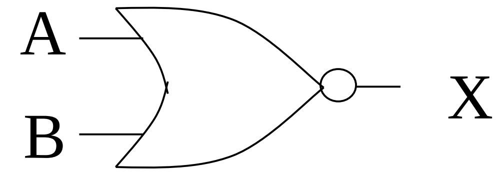
$$X=A\cdot B$$

OR



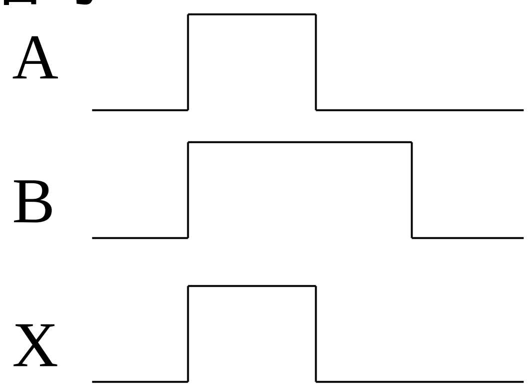
$$X=A+B$$

NOR

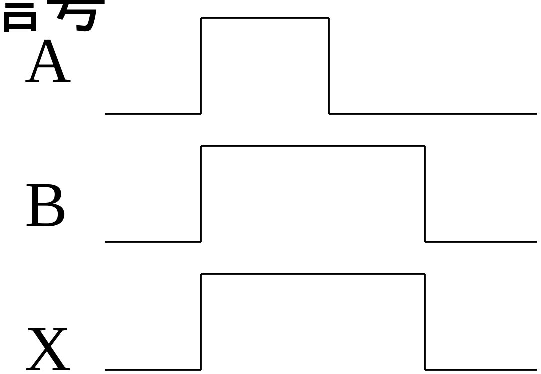


$$X=\overline{A+B}$$

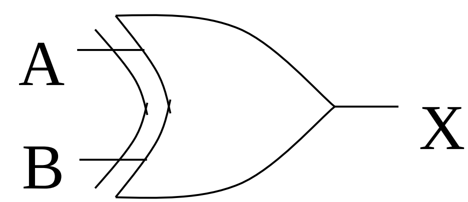
信号



信号

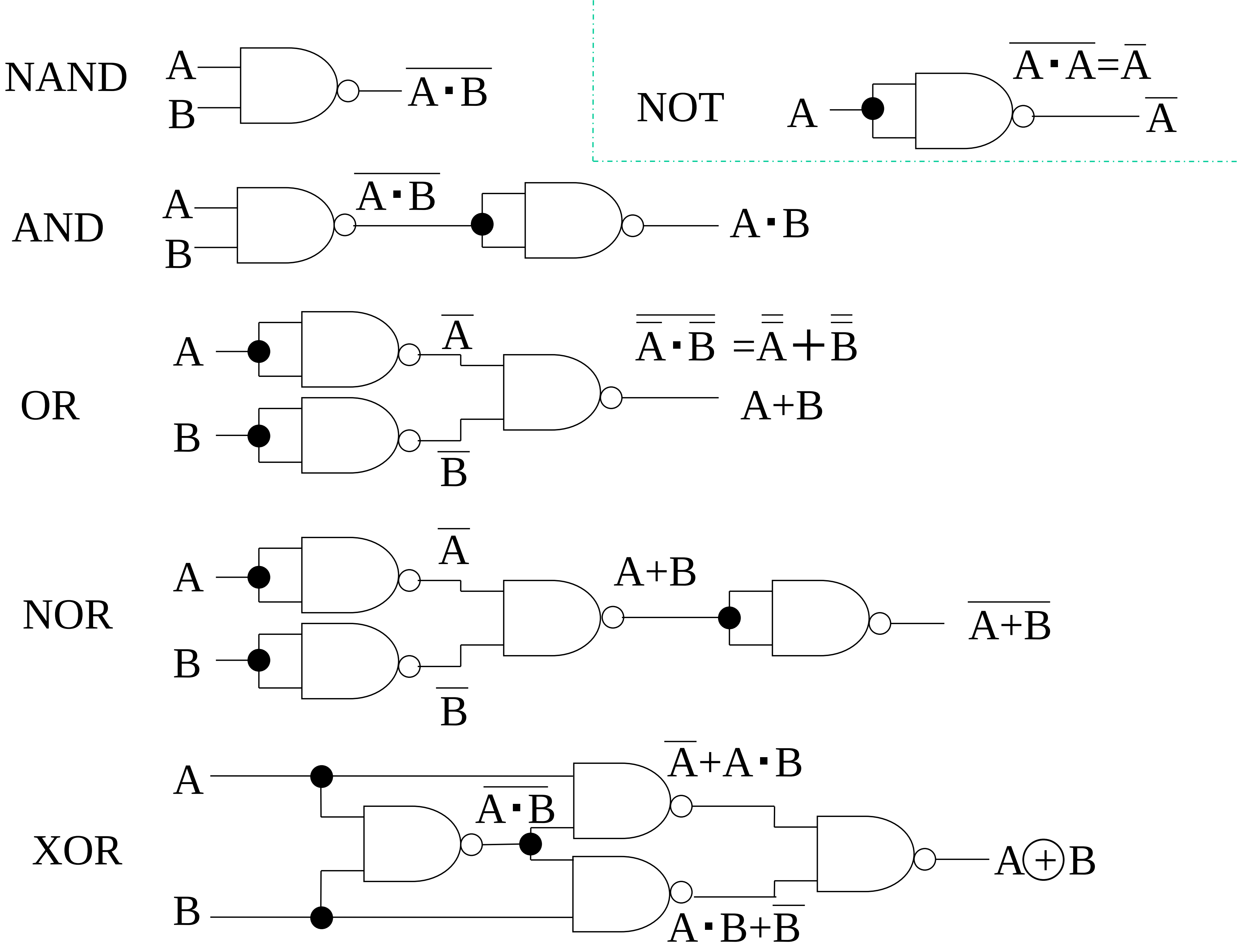


XOR



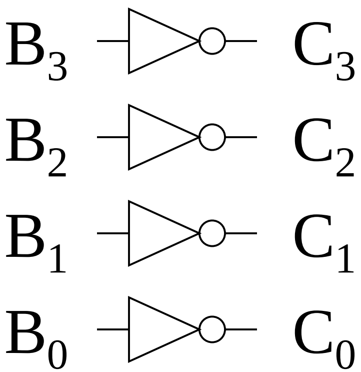
$$X=\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}$$

$$=A\oplus B$$


NAND
A
B
$\overline{A \cdot B}$
NOT
A
$\overline{A \cdot A} = \overline{A}$
$\overline{A}$
AND
A
B
$\overline{A \cdot B}$
$A \cdot B$
OR
A
B
$\overline{A}$
$\overline{B}$
$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}}$
$A+B$
NOR
A
B
$\overline{A}$
$\overline{B}$
$A+B$
$\overline{A+B}$
XOR
A
B
$\overline{A \cdot B}$
$\overline{A} + A \cdot B$
$A \cdot B + \overline{B}$
$A \oplus B$

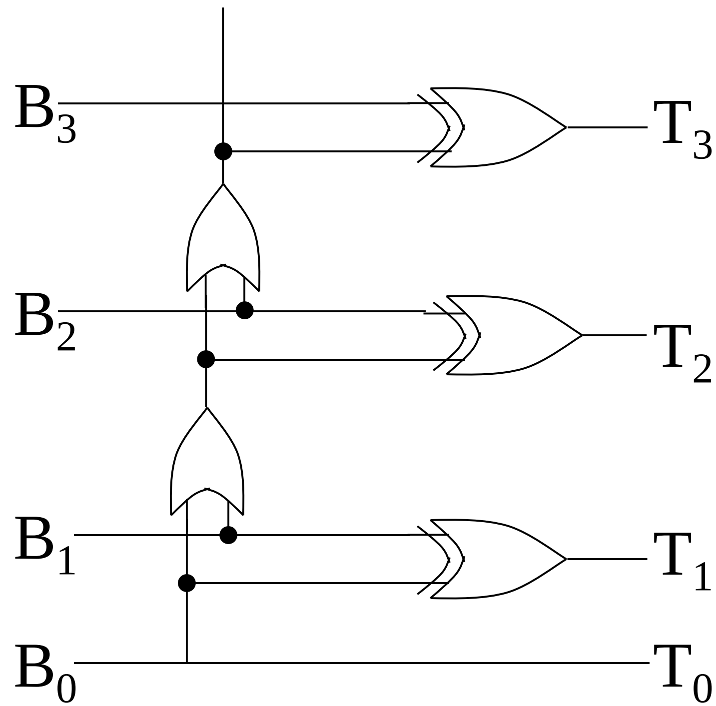
論理回路

1に対する補数



2に対する補数

B_3	B_2	B_1	B_0	T_3	T_2	T_1	T_0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1



加算器

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

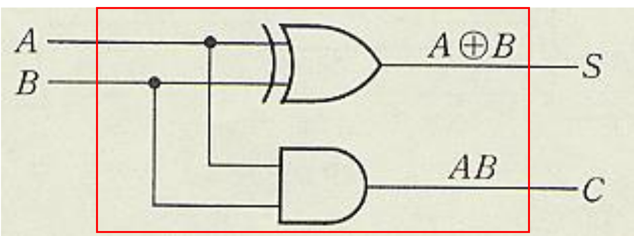
$S = A \oplus B$

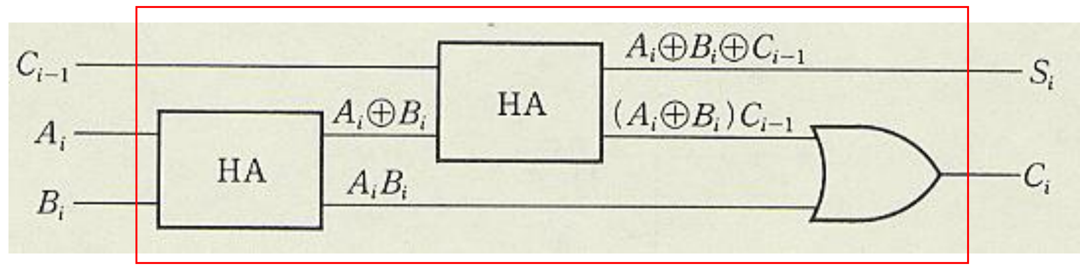
$C = A \cdot B$

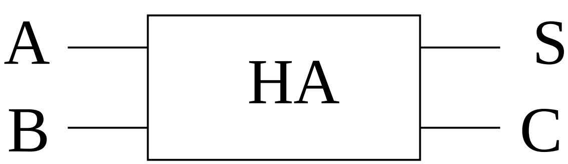
C_{i-1}	A_i	B_i	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$

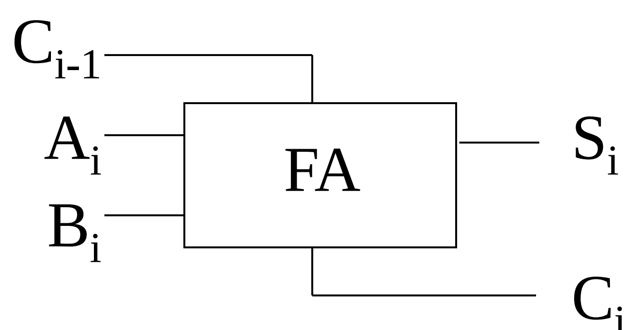
$C_i = (A_i \oplus B_i) C_{i-1} + A_i B_i$



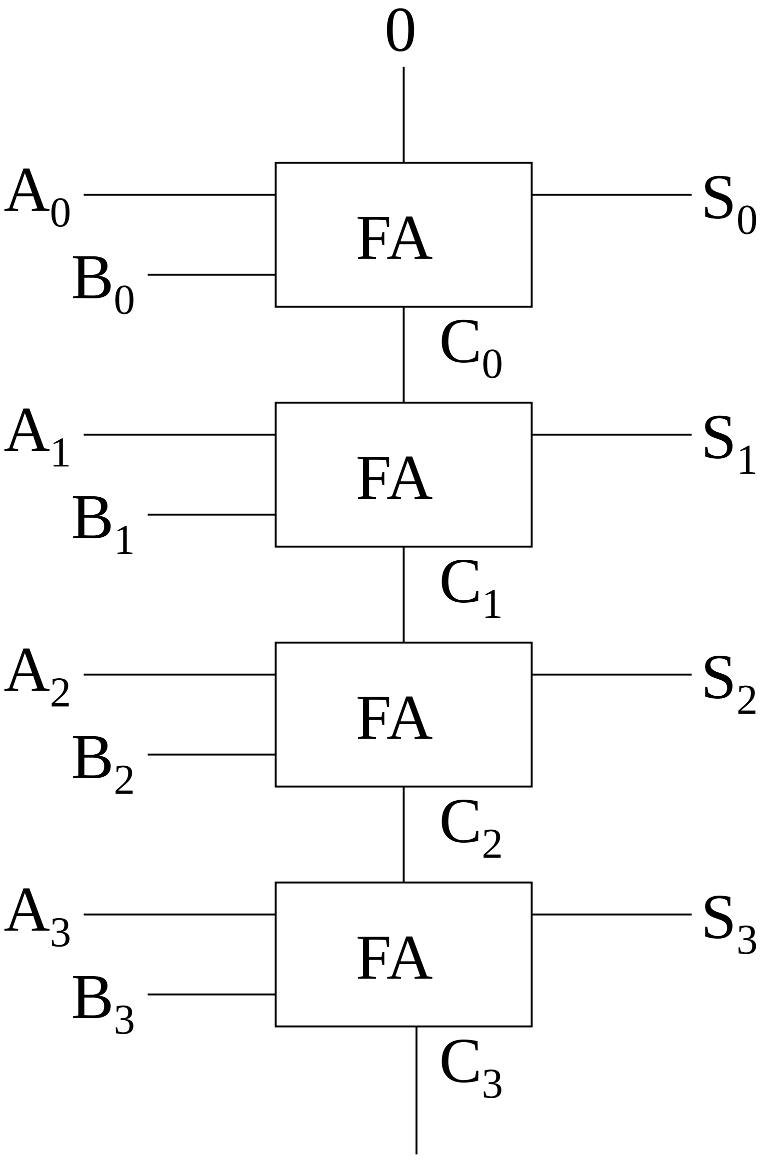




半加算器



全加算器



4ビット並列加算器

演習

１．次の論理演算を実行する論理回路を作りなさい。

（１）$A \cdot B + C$　　　（２）$(A+B) \cdot C$　　　（３）$A \oplus B$

２．１のそれぞれの論理演算をNAND記号だけで組み直しなさい。

３．論理式（$\overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$）のベン図と論理回路を作りなさい。

情報科学概論のトップへ
明治薬科大学のホームへ