

第2回： 今日の日標

- 情報理論の概略を説明できる
- 情報とは何かを説明できる
- ニュースバリューの要因を示せる
- 科学的に扱う情報を確率の概念で説明できる
- 情報量を数式で示し、その単位を記述できる
- 情報量の計算ができる

§ 1. 4 情報理論

情報理論創始者

Claude E. Shannon (1916～2001、米)

“The Mathematical Theory of Communication”

University of Illinois Press, 1949

○情報の定量化

○通信のモデル

情報源符号化と通信路符号化の概念

Publication

Norbert Wiener (1894～1964、米)

“Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine”

The M.I.T. Press and John Wiley & Sons, Inc., 1948

○システム理論

情報、伝送、制御

情報伝達の効率化、高信頼化のための符号化理論

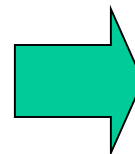
情報とは

情報を計るには ⇒ 情報とは何か？

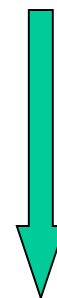
事象(事件)

- ・猛暑日、連続記録更新
- ・介護労働者の離職率17%で最高
- ・国内観測史上最大のM9.0を記録
- ・
- ・明日は快晴
- ・

人への知らせ



情報



記号

知らせる手段

- ・喋る(声)
- ・絵
- ・文字



晴



曇



雨

情報＝事象を写し取った記号そのもの

ニュースバリュー

- ・かえるが蛇を飲み込んだ
- ・犬が猿の赤ちゃんを育てた
- ・バイク追突、宙舞って車屋根に着地





まれな事象
(確率が小さい)

人の主観

- ・福島原発汚染水／拡散防止策は国の責任
- ・中国、国交正常化40周年式典を中止 尖閣で対抗措置か
- ・大相撲秋場所 日馬富士、横綱昇進文句なし

ニュースバリューの要因 = 確率的要因 + 非確率的要因

完全事象系

事象					のカードを引く
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	

互いに素な事象 : $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$
対応する確率 : $p_i = P(E_i),$
 $\Sigma p_i = 1$

⇒集合 $\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n\}$ を完全事象系という

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1, E_2, E_3, \dots, E_n \\ p_1, p_2, p_3, \dots, p_n \end{bmatrix}$$

英文 $\left\{ \begin{array}{cccccc} a & b & c & \dots & z & _ , \cdot \\ p_a & p_b & p_c & \dots & p_z & p_ p, p. \end{array} \right\} \rightarrow$ 情報

表 2.2 英語の文字の出現確率

文 字	確 率	文 字	確 率
スペース	1 0.1859	N	7 0.0574
A	4 0.0642	O	5 0.0632
B	0.0127	P	0.0152
C	0.0218	Q	0.0008
D	0.0317	R	9 0.0484
E	2 0.1031	S	8 0.0514
F	0.0208	T	3 0.0796
G	0.0152	U	0.0228
H	10 0.0467	V	0.0083
I	6 0.0575	W	0.0175
J	0.0008	X	0.0013
K	0.0049	Y	0.0164
L	0.0321	Z	0.0005
M	0.0198		

F. M. Reza 著，鶴見・大石訳「確率、情報、コード」
 (共立出版，1973)

アルファベット出現確率がキー配列に反映されているか？



カーソルキー

表 2.3 英文における文字と単語の出現順位

順位	文字	2字組	3字組	単語	順位	文字	2字組	3字組	単語
1	E	TH	THE	THE	11	D	AT	HAT	FOR
2	T	IN	AND	OF	12	U	ON	HIS	IT
3	A	ER	ING	AND	13	C	HA	THA	WITH
4	O	RE	ION	TO	14	F	OU	ERE	AS
5	I	AN	ENT	A	15	M	IT	ARE	HIS
6	N	HE	TIO	IN	16	W	ES	ATE	ON
7	S	AR	FOR	THAT	17	Y	ST	RES	BE
8	R	EN	HER	IS	18	G	OR	ALL	AT
9	H	TI	TER	WAS	19	P	NT	VER	BY
10	L	TE	ATI	HE	20	B	HI	WAS	I

E. B. Montgomery: *Computer* Vol. 15. (IEEE, 1982), F. M. Reza 著, 鶴見・大石訳「確率, 情報, コード」(共立出版, 1973), 坂井利之著「情報基礎学」(コロナ社, 1982)

マルコフ情報源 = 文脈依存型情報源 ↔ 文脈自由型情報源

単純マルコフ過程: $P(X_t = 'H' | X_{t-1} = 'T') = p_{TH}$

二重マルコフ過程: $P(X_t = 'E' | X_{t-2} = 'T', X_{t-1} = 'H') = p_{THE}$

疑似英文

独立な事象

$$\mathbf{A} = \left\{ \img alt="red heart" data-bbox="225 165 260 215"/> \quad \img alt="green spade" data-bbox="315 165 345 215"/> \quad \img alt="yellow diamond" data-bbox="415 165 445 215"/> \quad \img alt="blue club" data-bbox="490 165 545 225"/> \right\}$$

$$\mathbf{B} = \left\{ \img alt="one red dot" data-bbox="215 265 265 335"/> \quad \img alt="two red dots" data-bbox="300 265 350 335"/> \quad \img alt="three red dots" data-bbox="385 265 435 335"/> \quad \img alt="four red dots" data-bbox="460 265 510 335"/> \quad \img alt="five red dots" data-bbox="545 265 595 335"/> \quad \img alt="six red dots" data-bbox="620 265 670 335"/> \right\}$$

$$p\left[\img alt="red heart" data-bbox="205 440 245 485"/> \right] = 1/4$$

$$p\left[\img alt="one red dot" data-bbox="210 525 255 585"/> \right] = 1/6$$

$$\begin{aligned} p\left[\img alt="red heart" data-bbox="215 645 255 695"/> \cap \img alt="one red dot" data-bbox="330 635 375 695"/> \right] &= p\left[\img alt="red heart" data-bbox="215 645 255 695"/> \right] \cdot p\left[\img alt="one red dot" data-bbox="625 635 670 695"/> \right] = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{24} \end{aligned}$$

情報量

$i(E)$: 事象Eに関する情報量

条件(1) $i(E) \geq 0$

(2) $i(E \cap F) = i(E) + i(F)$

(3) $p(E) = 1/2$ のとき、 $i(E) = 1$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \text{yes} & \text{no} \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

情報の単位

条件を満たす関数

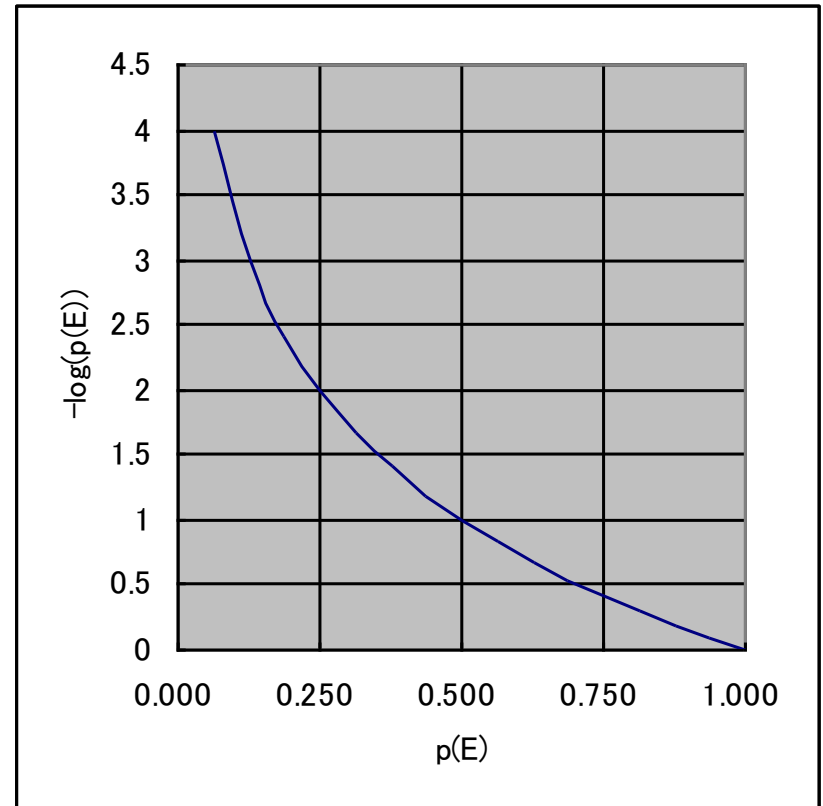
$$i(E) = -\log_2 p(E) \text{ [bit]}$$

(ビット = Binary digit (unit))

(1) $0 \leq p(E) \leq 1$

(2) $p(E \cap F) = p(E) \cdot p(F)$

(3) $-\log_2(1/2) = 1$

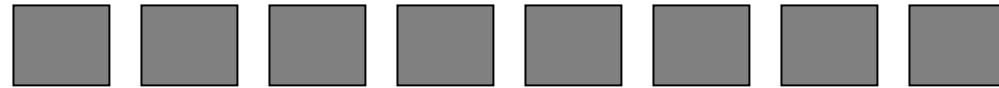


例：“コインをn回投げてn回とも表が出る”事象E

$$p(E) = p(\text{1回目表}) \cdot p(\text{2回目表}) \cdot \dots \cdot p(\text{n回目表}) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$i(E) = -\log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = n \text{ [bit]}$$

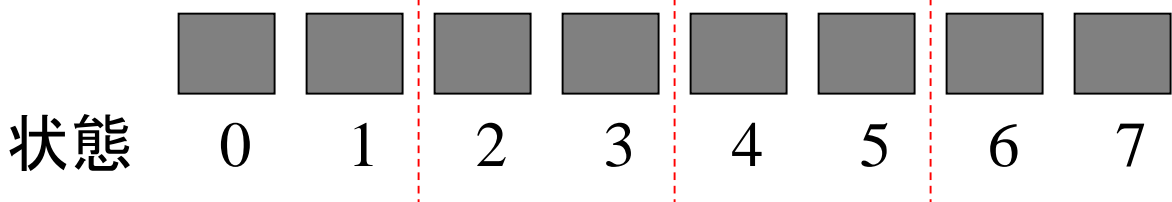
例：中が見えない8つの箱の1つにダイヤが入っている



状態 0 1 2 3 4 5 6 7

ダイヤの箱を当てる確率： $P(\text{当たり}) = 1/8$

$$\text{情報量： } i(\text{当たり}) = -\log_2 \left(\frac{1}{8}\right) = -\log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \text{ [bit]}$$



質問: 半分に分けて右に入っていますか?	答: 1回目	2	3	状態
	no	no	no	0
	no	no	yes	1
	no	yes	no	2
	no	yes	yes	3
	yes	no	no	4
	yes	no	yes	5
	yes	yes	no	6
	yes	yes	yes	7

状態数8 ⇒ 2進数3桁で表現

0から999の状態 ⇒ $\log_2 1000 = \log_{10} 1000 / \log_{10} 2 = 9.966 \doteq 10$ bit

2進数10桁

2進数16桁 → $2^{16} = 65536$

■ 演習

- (1) 128本のくじがある。その1本が当たりくじであるとき、当たりくじを教えてもらって得られる情報量はいくらか。
- (2) 2進数12桁で表される数はいくらか。
- (3) 明日は雨の降る確率が75%という予報である、神様に“明日は晴れ”と教えてもらったときの情報量はいくらか。ただし、天気は晴れか雨しかないものとする。
- (4) 2つのサイコロを投げて、そろ目になるときの情報量はいくらか。ただし、 $\log_2 3 = 1.58$ とする。

[情報科学概論のトップへ](#)
[明治薬科大学のホームへ](#)